平成 15 年度水理 B 及び同演習試験（H15. 7. 16）

番号	名前

：注意：

計算機のみ持込可である．１問の解答は問題用紙の裏表を使ってすること．２枚以上必要な場合は申し出ること．全ての解答用紙に学籍番号と名前を記入すること．

$\boxed{1}$ アメリカの最新技術を駆使して作ったタコマナロウズ吊橋（タコマ橋）が風による振動によって落橋したのは 1940 年であった. このときの様子を 100 分の 1 の模型を作って再現したい. 重要となる物理量は, 空気の密度ρ (= 1.2 kg/m^3)と空気の粘性係数μ (= 0.001 kg/sm)である.

(1) 円柱を通過する流れの中の運動を次元解析し，代表的な２つの無次元量を求めよ．(2)の問題を参考に物理量を選ぶこと.

(2) タコマ橋の長さ l が 400m，断面厚 a が 5m とし，当時 V=20m/s の風速で，その周期 T が 5s であったとすると，1/100 スケールの模型で 1m/ s の風を起こした場合，その発生周期は何秒になるか？

（解答）　支配する物理量として，a，V，$\mu(=\nu/\rho)$，ρ，f（=1/T）を考える．

$$\pi 1 = a^x V^y \rho^z \mu^{-1}$$

$$\pi 2 = a^\alpha V^\beta \rho^\chi f^1$$

$$\pi 1 = L^x (L/T)^y (M/L^3)^z (M/LS)^{-1}$$

$$L : x + y - 3z + 1 = 0$$

$$M : z - 1 = 0$$

$$T : -y + 1 = 0$$

$$\pi 1 = aV\rho/\mu$$

$$\pi 2 = L^\alpha (L/T)^\beta (M/L^3)^\chi (1/T)^1$$

$$L : \alpha + \beta - 3\chi = 0$$

$$M : \chi = 0$$

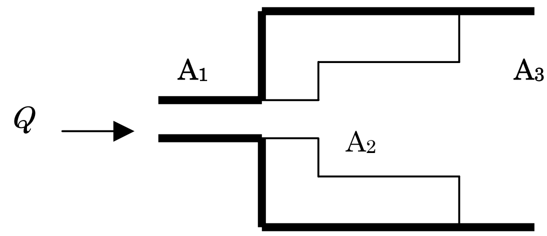
$$T : -\beta - 1 = 0$$

$\pi 2 = af/V$ ：ストローハル数　　5m・(1/5) / 20m/s = 0.05m・(1/T) / 1m/s，T=1s

平成 14 年度水理学 B 及び同演習試験（H15. 7. 16）

番号	名前

$\boxed{2}$　下図のような断面積 A_1 の管から A_3 の管に急拡する場合，その間に A_2 の管を挿入することでエネルギー損失を減らせるかどうかを，以下の問に答えながら確かめよ．



(1) A_1 から A_2 へ急拡する場合の急拡損失係数 K は $K=\left(1-\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2$ で表現できる．A_1 から A_2，A_3 と変化した場合の全体の損失水頭はどのように表現されるか？

(2) (1)で求めた損失水頭が最小になる際の A_2 はどのように表現されるか？

(3) 今，A_1=1m²，A_3=2m² のとき，中間に(2)で得られた A_2 の管を挿入した場合，全体のエネルギー損失はどのようになるか？

解答

(1)損失水頭 $hl=\dfrac{Q^2}{2gA_1^2}\left(1-\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2+\dfrac{Q^2}{2gA_2^2}\left(1-\dfrac{A_2}{A_3}\right)^2$

$$hl=\left(\frac{Q^2}{2gA_1^2}+\frac{Q^2}{2gA_3^2}\right)-\left(\frac{Q^2}{gA_1}+\frac{Q^2}{gA_3}\right)\frac{1}{A_2}+\left(\frac{Q^2}{g}\right)\frac{1}{A_2^2}$$

(2) $dhl/dA_2=\left(\dfrac{Q^2}{gA_1}+\dfrac{Q^2}{gA_3}\right)\dfrac{1}{A_2^2}-\left(\dfrac{2Q^2}{g}\right)\dfrac{1}{A_2^3}=0$

$$A_2=2\left(\frac{A_1A_3}{A_1+A_3}\right)$$

(3) $hl_{1-3}=\dfrac{Q^2}{2gA_1^2}\left(1-\dfrac{A_1}{A_3}\right)^2=\dfrac{Q^2}{8g}$，$hl_{123}=\dfrac{Q^2}{2gA_1^2}\left(1-\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2+\dfrac{Q^2}{2gA_2}\left(1-\dfrac{A_2}{A_3}\right)^2=\dfrac{Q^2}{16g}$

全体のエネルギー損失は 2 分の 1 になる．

水理学B及び同演習　期末試験3

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿ 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

勾配 0.005，幅 5 m，Manning の粗度係数 0.02 の矩形水路（広幅でないことに注意）に水が流れている．以下の問いに答えよ．

1. 流量が 20 m^3/s である時の，水深および平均流速，摩擦速度を求めよ．
2. 1 の場合（流量 20 m^3/s）におけるフルード数を求めよ．
3. フルード数が最大となる流量を求めよ．

解答：

1. マニング則を用いると，等流流速 v および流量 Q は次のように表される．

$$V = \frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2}, \quad Q = VBH = \frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2}BH$$

ここで R は径深であり，次式で表される．

$$R = \frac{BH}{B+2H}$$

また B および H は水路幅および水深である．$n = 0.02$，$I = 0.005$，$B = 5$ m，$Q = 20$ m^3/s を代入して，試行錯誤すると水深は次のように得られる．

$$H = \underline{1.27\ (\mathrm{m})}, \quad V = \underline{3.15\ (\mathrm{m/s})}$$

摩擦速度 u^* は次式で表される．

$$u^* = \sqrt{gRI} = \underline{0.203\ (\mathrm{m/s})}$$

2. フルード数は次式で求められる．

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gH}} = \underline{0.894}$$

3. フルード数は次のように表される．

$$Fr = \frac{I^{1/2}}{ng^{1/2}}\frac{B^{2/3}H^{1/6}}{(B+2H)^{2/3}} = \frac{I^{1/2}}{ng^{1/2}}\left(\frac{B^4H}{(B+2H)^4}\right)^{1/6}$$

上式を H で微分してゼロとなる H を求めると次式が得られる．

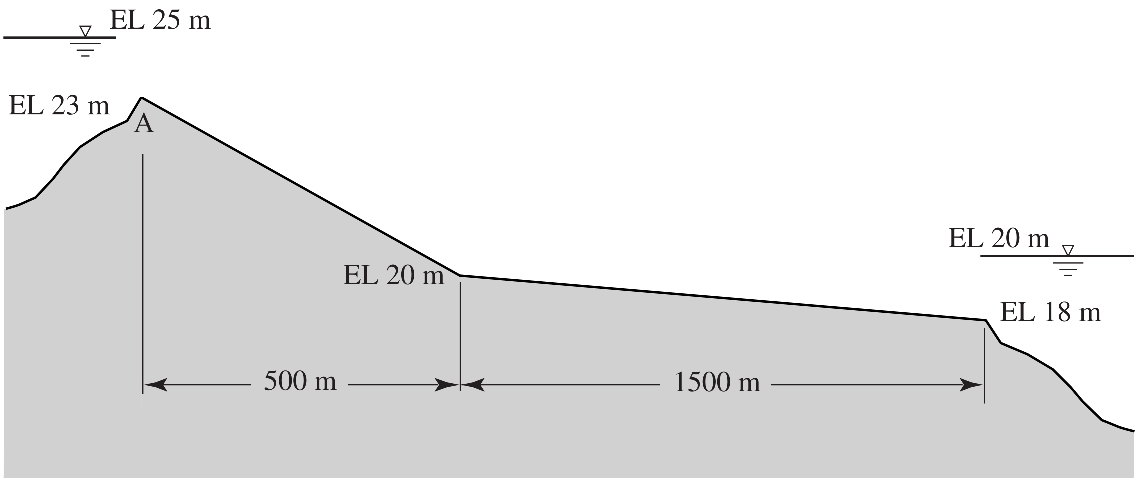
$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial H}\left(\frac{B^4H}{(B+2H)^4}\right) &= \frac{B^4(B+2H)^4 - 8B^4H(B+2H)^3}{(B+2H)^8} \\ &= \frac{B^4(B+2H) - 8B^4H}{(B+2H)^5} = \frac{B^4(B-6H)}{(B+2H)^5} = 0\end{aligned}$$

$$H = \frac{B}{6} = \frac{5}{6} = \underline{0.83\ (\mathrm{m})}$$

水理学B及び同演習　期末試験 4

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿ 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

下図のように二つの貯水池を連絡する広幅矩形断面の開水路を掘った．水路幅 10 m，$n = 0.015$ であるとして，水路を流れる流量および水面形を求めよ．流量の算出には，A 点で限界水深が生じることを用いよ．水面形は下図に直接書き込んでよい．また限界水深および等流水深を求めて図中にそれぞれ点線および一点鎖線で書きこむこと．ちなみに図中 EL は標高のことである．



解答：

上流端で限界水深が生じると考える．越流頂から測った全水頭 E は 2 m である．したがって限界水深は次のようになる．

$$h_c = \frac{2}{3}E = \underline{1.33\ (\mathrm{m})}$$

限界水深から単位幅当たりの流量 q を逆算すると，$h_c = (q^2/g)^{1/3}$ であるから

$$q = \left(gh_c^3\right)^{1/2} = 4.82\ \mathrm{m^2/s} \quad \text{よって} \quad Q = qB = 4.82 \times 10 = \underline{48.2\ (\mathrm{m^3/s})}$$

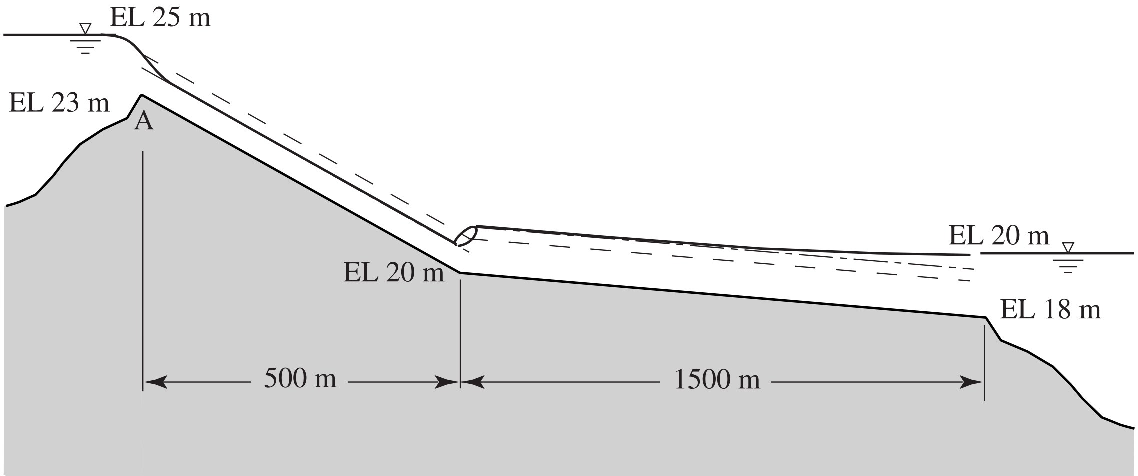
上流側の等流水深 h_{n1} は $q = \frac{1}{n}h_{n1}^{5/3}I^{1/2}$ を解いて次のように得られる．

$$h_{n1} = \underline{0.959\ (\mathrm{m})}$$

等流水深が限界水深より小さいので，上流側は急勾配水路である．下流側の等流水深 h_{n2} も同様に求める．

$$h_{n2} = \underline{1.51\ (\mathrm{m})}$$

等流水深が限界水深より大きいので，下流側は緩勾配水路である．したがって水面形は次ページの図のようになる．



EL 25 m
EL 23 m
A
EL 20 m
EL 20 m
EL 18 m
500 m
1500 m