平成 18 年度水理 B 及び同演習試験（H18. 7. 19）

番号	名前

：注意：

電卓のみ持込可である．1 問の解答は問題用紙の裏表を使ってすること．2 枚以上必要な場合は申し出ること．全ての解答用紙に学籍番号と名前を記入すること．

$\boxed{1}$ 下の文章の空欄 a から d に適当な数値，記号，語句を入れよ．ただし，１つの空欄に複数の解答が必要な場合もあるので注意せよ．

田所雄介*は，様々な自然現象の観測から日本列島が最悪の場合，およそ 1 年あまりで沈降するという推論をたてた．この推論は，日本列島がマントルの沈み込みに引きずられる形が仮定されており，マントルの密度 ρ (kg/m^3)，マントルの流速 V(m/s)，マントルの粘性係数 μ (kg/m・s)，日本列島の比重 s(-)，日本列島の長さ L(m)，の 5 個の関連した物理量で表現されている．これらの物理量を構成する基本量は，$\boxed{\;a\;}$個である．比重は無次元であるため無視できるとすると，$\boxed{\;b\;}$の定理より，この現象を記述するための必要な無次元パラメータは$\boxed{\;c\;}$ であることがわかる．

JAMSTEC**では，田所博士の理論を検証するため，超大型水槽を設置し，マントルと同じ粘性をもつ流体を用いて，長さ 160m の日本列島の模型による再現実験をした．その結果，わずか 0.3456 秒で沈んでしまった．無次元パラメータ$\boxed{\;c\;}$で得られる相似則を考えると，この実験で得られた時間は実際の日本では，$\boxed{\;d\;}$日で沈むことになる．なお，ここでは日本列島を 1,600km としている．

* 田所博士は，日本沈没に登場する地球物理学者．問題に直接関係ないので知らない場合は無視してよい．

** JAMSTEC(海洋研究開発機構)．横須賀に実在する独立行政法人．渦岡先生はここと共同研究をしている．問題に直接関係ないので知らない場合は無視してよい．なお，こんな実験装置は存在しない．

解答

a: ______________________ b: ______________________

c: ______________________ d: ______________________

a．３個．（長さ，時間，重さ）(5)　 b．バッキンガムのπ (5)

c. $V = ks^{\alpha}\rho^{\beta}\mu^{\chi}L^{\delta}$ ， $[\frac{L}{T}] = k[-]^{\alpha}[\frac{M}{L^3}]^{\beta}[\frac{M}{LT}]^{\chi}[L]^{\delta}$

L: $1 = -3\beta - \chi + \delta$ 　　　　$\beta = -1$

M: $0 = \beta + \chi$ 　　　→ 　　　$\chi = 1$

T: $-1 = -\chi$ 　　　　$\delta = -1$ 　　　　よって $\frac{\rho VL}{\mu} = ks$ 　が得られる．

c. $\frac{\rho VL}{\mu}$ (s), 　　（レイノルズ数になる）　(5)

相似則を考えると $T_r = \frac{T_m}{T_p} = \frac{L_m / V_m}{L_p / V_p} = L_r \frac{V_p}{V_m} = L_r \frac{V_m \nu_p}{V_p \nu_m} = L_r^2$ 　（$\nu = \mu / \rho$：動粘性係数）

$T_p = T_m / L_r^2$ =0.3456/(160/1,600,000)^2 = 34560000 秒=400 日　d. (10)

平成18年度水理学B及び同演習試験（H18.7.19）

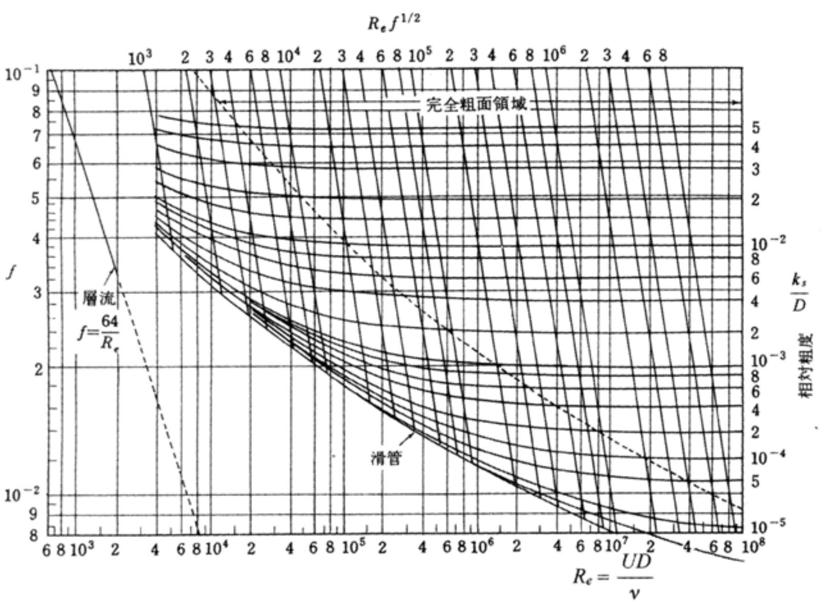
番号	名前

2

(1) 管路を D, 摩擦損失係数を f, エネルギー勾配を I_f と書くとき，$\mathrm{Re}\sqrt{f}$ が次の形に書き表されることを示せ．

$$\mathrm{Re}\sqrt{f} = I_f^{1/2} D^{3/2} \frac{\sqrt{2g}}{\nu}$$

(2) I_f=0.02, D=0.1m の滑面の管路で流量はいくらになるか下の図を利用して計算せよ．ただし，$\nu = 1.0\times10^{-6}\mathrm{m^2/s}$ とせよ．



(a) 補助軸として $R_e f^{1/2}$ を加えた形

摩擦損失水頭は $h_l = f\dfrac{l}{D}\dfrac{v^2}{2g}$ であり，エネルギー勾配で表示すると，$I_f = f\dfrac{1}{D}\dfrac{v^2}{2g}$．レイノルズ数は $\mathrm{Re} = \dfrac{vD}{\nu}$ (5)． $v = \mathrm{Re}\dfrac{\nu}{D}$ (5)と整理して代入すると，$\underline{\mathrm{Re}\sqrt{f} = I_f^{1/2} D^{3/2}\dfrac{\sqrt{2g}}{\nu}}$ が得られる．

$\mathrm{Re}\sqrt{f} = (0.02)^{1/2}(0.1)^{3/2}\dfrac{\sqrt{2\times9.8}}{10^{-6}} = 20000$ (5)． 図の上辺でみると 10^4 の右側 2 と，滑面なので滑管の曲線との交点の f を読み取ると，およそ 0.016 (5)となる．

$$I_f = f\frac{1}{D}\frac{v^2}{2g}$$ より， $$v = \sqrt{\frac{2gDI_f}{f}}$$

$$Q = \frac{\pi D^2}{4}v = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{2gD^5 I_f}{f}} = \frac{3.14}{4}\sqrt{\frac{2\cdot 9.8\cdot 0.1^5\cdot 0.02}{0.016}} = 1.6\times 10^{-2}\,m^3/s \quad (5)$$

平成 18 年度水理学 B 及び同演習試験（H18. 7. 19）

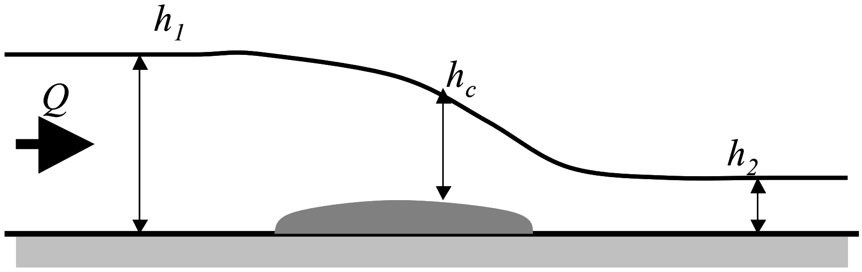
番号	名前

$\boxed{3}$　下図のような幅１ｍの水路に高さ 70cm のふくらみがあり，その頂部で流れが常流から射流に遷移していた．上流の水深 h_1=2m，下流側の水深 h_2=0.5m として以下の問に答えよ．なお，重力加速度は 9.8m/s² とし，エネルギー損失は無視できるものとする．（25 点）

(1) 上下流の流れにベルヌイ式を適用して，流量 Q を求めよ．

(2) 限界水深 hc はいくらになるか．

(3) 上流側，下流側での運動量フラックスおよび水圧を計算し，ふくらみ部分に作用する全水圧の水平方向成分を求めよ．



$$\frac{Q^2}{2gB^2h_1^2}+h_1=\frac{Q^2}{2gB^2h_2^2}+h_2,\qquad Q=h_1h_2B\sqrt{\frac{2g}{h_1+h_2}}=\underline{2.8\text{m}^3/\text{s}\quad(1)}$$

$$\frac{v}{\sqrt{gh_c}}=1,\ h_c=\sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB}}=0.9283\text{m}=0.93$$

<u>水深は，0.93-0.70 = 0.23m　(2)</u>

$$\rho Qv_2-\rho Qv_1=\frac{1}{2}\rho gBh_1^2-\frac{1}{2}\rho gBh_2^2-F$$

$$F=\rho\frac{Q^2}{Bh_1}-\rho\frac{Q^2}{Bh_2}+\frac{1}{2}\rho gBh_1^2-\frac{1}{2}\rho gBh_2^2=\underline{6.6\times10^3\ \text{N}\qquad(3)}$$

平成18年度水理学B及び同演習試験（H18.7.19）

番号	名前

$\boxed{4}$ 以下の用語について説明せよ．但し，1問につき3つ以上の内容があって満点とする．

解答例）レイノルズ数：慣性力と摩擦力の比．摩擦を含む流れの無次元数．管路ではおおよそ2000以下で層流であり，2000を越えると乱流になる．

(1)フルード数

慣性力と重力の比．自由水面をもつ流れの無次元数．1以下だと常流，1だと限界流，1以上だと射流．$Fr=v/\sqrt{gh}$ で表現できる．流速と波速の比．他．

(2)動水勾配線

ピエゾ水頭をたどった線．管路においてマノメータを立てた際に見られる高さをつないでいる．エネルギー線より速度水頭分少ない．$P/\rho g+z$ で表現できる．管路内の圧力を表現している．他．

(3)急勾配水路

等流水深が限界水深より上のある場合の水路．等流状態では，流れは射流になる．水面形の表示ではS曲線．水路床勾配は限界勾配より大きい．他．

(4)ニュートン流体

空気や水などの粘性流体のこと．$\tau=\mu\, du/dy$ で表記できる．粘性が働かない流体は完全流体．摩擦応力が粘性係数と流速勾配の積によって表現できる．ニュートン流体では摩擦によって熱となり流体はエネルギーをロスする．

(5)マニングの式

等流を表現する公式．$V=1/n\times R^{(2/3)}\times I^{(1/2)}$で表現される．ここでnは摩擦を表現する粗度係数，Rは径深，Iはエネルギー勾配（水路勾配）．幅広矩形断面ではR=hとおける．また$f'=2gn^2/R^{1/3}$の関係がある．他．