

平成 19 年度水理 B 及び同演習試験 (H19.7.18)

番号

名前

: 注意 :

電卓のみ持込可である。1 問の解答は問題用紙の裏表を使ってすること。2 枚以上必要な場合は申し出ること。全ての解答用紙に学籍番号と名前を記入すること。

1 下の文章の空欄 a から d に適当な数値, 記号, 語句を入れよ。ただし, 1 つの空欄に複数の解答が必要な場合もあるので注意せよ。

カリブ海一の高速帆船ブラックパール号*が「世界の果て」**を目指す際, その針路の正確さが問われることになる。しかし, 極地において高精度のコンパスによって設定した針路通りに赤道付近までの距離 (10,000km) を, 最高速度 (20m/s) で移動すると, コリオリの力を受けて幾分かの誤差を生じることになる。この誤差を知りたい。

問題を簡単にするため, この現象に関連した物理量を帆船の速度 $V(\text{m/s})$, 地球の自転の周波数 $(=1.0 \times 10^{-5})(1/\text{s})$, 目的地からのずれ (m) , 出発地点から目的地までの距離 $L(\text{m})$ とする。これらの物理量を構成する基本量は, \boxed{a} 個であり, この現象を記述するための必要な無次元パラメータは \boxed{b} の \boxed{c} 個である。目的地までの誤差を非常に単純な模型実験によって求める。25m のターンテーブル上で模型の船を中心から外周上の目標に向かって 0.5m/s で移動させる。このときの相似則を成立させるためには, ターンテーブルの周波数を \boxed{d} 1/s にする必要がある。精密な測定の結果, そのずれが 2.5mm であった。このとき, ブラックパール号が赤道付近に到着したときのずれは \boxed{e} m であることになる。

* 映画パイレーツ・オブ・カリビアンに登場する帆船。問題に直接関係ないので知らない場合は無視してよい。

** 映画パイレーツ・オブ・カリビアン の 3 作目のタイトルになっている死者の世界。問題に直接関係ないので知らない場合は無視してよい。

解答

a: _____ b: _____

c: _____ d: _____

e: _____

a. 2個。(長さ, 時間) (5) 重さがないのに注意!

$$\Delta = k\Omega^\alpha V^\beta L^\chi, \quad [L] = k\left[\frac{1}{T}\right]^\alpha \left[\frac{L}{T}\right]^\beta [L]^\chi$$

$$L: 1 = \beta + \chi$$

$$T: 0 = -\alpha - \beta$$

$$\text{よって } \Delta = k\Omega^\alpha V^{-\alpha} L^{1+\alpha}$$

$$\frac{\Delta}{L} = k\left(\frac{\Omega L}{V}\right)^\alpha \text{ が得られる.}$$

よって無次元パラメータは, b. $\frac{\Delta}{L}$ と $\left(\frac{\Omega L}{V}\right)$ の c. 2個.

バッキンガムの定理でも物理量 4 から基本量 2 を引けば 2 個の無次元量を得られることがわかる.

$$\frac{\Omega L}{V} = \frac{10^{-5} \cdot 10^7}{20} = \frac{\Omega_T \cdot 25}{0.5}, \text{ よって d. } \underline{\Omega_T = 0.1(1/s)}$$

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{25} = \frac{\Delta_e}{10^7}, \text{ よって } \Delta_e = 10^3 \quad \text{e. 誤差は } 1000\text{m}$$

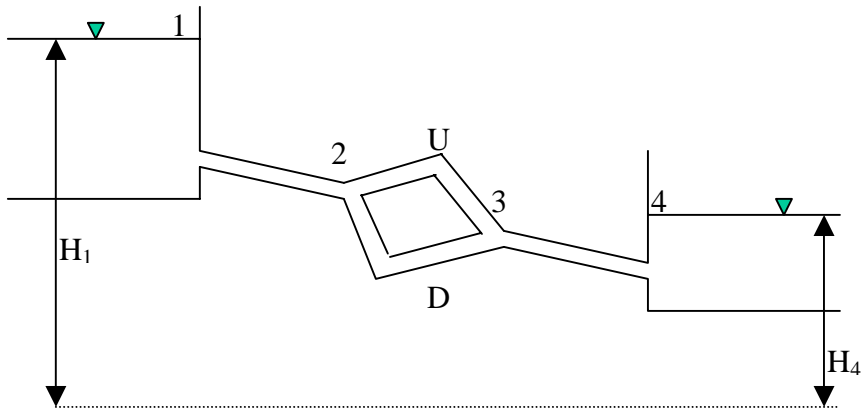
無次元パラメータ $\frac{V}{2\Omega L}$ はロスビー数と呼ばれ, 地球物理学でよく用いる.

平成 19 年度水理学 B 及び同演習試験 (H19.7.18)

番号

名前

2 以下の図のような並列円管路をもつ水路の流量を知りたい。下の問に従って求めよ。
 なお、管路は十分に長く、損失は摩擦（摩擦損失係数は f ）しか考慮されない。（曲がり，
 入口，出口損失は無視）



(1) 以下の空欄を埋めよ。

それぞれの区間のベルヌイ式は，

$$H_1 - E_2 = f_{12} \frac{\boxed{a}}{D_{12}} \frac{v_{12}^2}{2g} = \lambda_{12} Q^2$$

$$E_2 - E_3 = \lambda_U Q_U^2 = \lambda_D Q_D^2$$

$$E_3 - H_4 = \lambda_{34} Q^2$$

また，連続の式は， $Q = Q_U + Q_D = Q_U$ (\boxed{b}) となる。

但し，それぞれの添字 2 文字は区間を示し， f は摩擦損失係数， E はエネルギー水頭， l は管長， D は管径， Q は流量とする。 λ は係数を表す。

(2) 係数 λ は管の性質を示す他の係数からどのように記述されるか？

(3) (1)の問を考慮して両端の水位と λ を用いて流量を表せ。

(1)

$$\text{a. } \underline{H_1 - E_2 = f_{12} \frac{l_{12}}{D_{12}} \frac{v_{12}^2}{2g} = \lambda_{12} Q^2}$$

$$\text{連続の式は, } \underline{Q = Q_U + Q_D = Q_U \left(1 + \sqrt{\frac{\lambda_U}{\lambda_D}} \right) \quad \text{b}}$$

$$(2) \quad f \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} = f \frac{l}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} = f \frac{l}{D} \frac{Q^2}{2g \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)^2} = \frac{8fl}{g\pi^2 D^5} Q^2$$

$$\text{よって } \underline{\frac{8fl}{g\pi^2 D^5}}$$

$$(3) \quad H_1 - H_4 = Q^2 \left\{ \lambda_{12} + \frac{\lambda_U}{\left(1 + \sqrt{\frac{\lambda_U}{\lambda_D}} \right)^2} + \lambda_{34} \right\}$$

$$\underline{Q = \sqrt{\frac{H_1 - H_4}{\left\{ \lambda_{12} + \frac{\lambda_U}{\left(1 + \sqrt{\frac{\lambda_U}{\lambda_D}} \right)^2} + \lambda_{34} \right\}}}}$$

平成19年度 水理学Bおよび同演習 期末試験(2007.7.18)

学籍番号

氏名

③ 粗度が $n=0.02$ の水路に単位幅流量 $q = 3.13\text{m}^2/\text{s}$ が流れている。

この水路の勾配が上流 $1/1000$ から下流 $1/100$ に急変している。この場合に以下の問いに答えよ。

- 1) 限界水深はいくらか。
- 2) 上流の等流水深はいくらか？ この水路は緩勾配水路か？ それとも急勾配水路か？
- 3) 下流の等流水深はいくらか？ この水路は緩勾配水路か？ それとも急勾配水路か？
- 4) 上流水路・下流水路ともに十分長いものとする
急変点での水深はどうなっているか？
上流に見られる水面形のタイプはなにか？
下流に見られる水面形のタイプはなにか？
水面形の概略を示せ。

平成19年度 水理学Bおよび同演習 期末試験(2007.7.18)

学籍番号	氏名
------	----

4 水の流れの中に糸に付けた球形のおもりをぶら下げたところ 30 度傾いて釣り合った。

1. おもりに作用する力を全て挙げ、その大きさを示せ。

2. 図 9-7 を利用して流れの流速を求めよ。

ただし、糸に作用する流体力は無視できるものとする。

おもりの比重は 1.5, おもり (球形) の直径は 2cm である。

また、水の密度は 1000kg/m^3 , 動粘性係数は $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ とせよ。

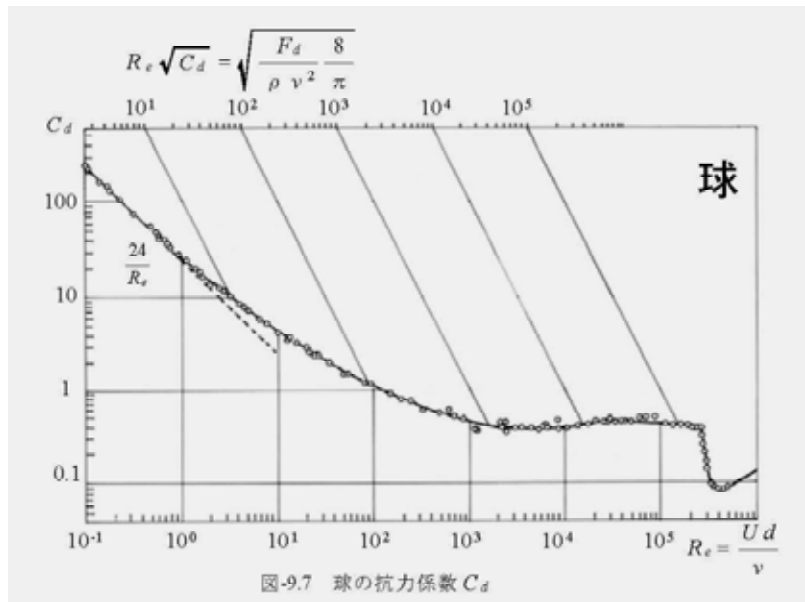
参考までに 球の体積は $\frac{d^3}{6}$

である。

単位を明示すること。

有効数字 (桁数) を意識して

答を書くこと。



3 解答

1) $h_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}}$ に q と g の値を代入して $h_c = 1.00 \text{ m}$

2) マニング式より計算すると

$$h_n = 1.51 \text{ m}$$

$h_n > h_c$ だから緩勾配水路

3) マニング式より計算すると

$$h_n = 0.75 \text{ m}$$

$h_n < h_c$ だから急勾配水路

4) 上下流十分長いので急変点で限界水深，上流で M2，下流で S2 の水面形になる
水面形の概略スケッチは省略

4 解答

球に作用する力は 球の体積を V と書くと

糸の張力： T

球に働く重力： $\rho_s V g$

球に働く浮力： $\rho_w V g$

球に働く流体力： F_d

力の釣り合いより

$$T \cos \theta = (\rho_s - \rho_w) V g$$

$$T \sin \theta = F_d$$

与えられた条件を使うと V は $4.19 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

重力は $61.6 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ 浮力は $41.1 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

張力 T は重力と浮力の差 $20.5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ を $\cos \theta$ で割って $23.7 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

流体力 F_d は 張力 T に $\sin \theta$ をかけて $11.85 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

これらから 図の上にある補助軸の値を計算すると

$$Re \sqrt{Cd} = 5.5 \cdot 10^3$$

この値から右下に伸びる線をたどり, $Cd \sim Re$ の曲線との交点での Re の値を読むと

$$Re = 7.2 \cdot 10^3 \quad \text{程度}$$

これを d で割り, v をかけると流速になる. 結果は $3.6 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}$