平成 20 年度水理 B 及び同演習試験（H20.7.23）

番号	名前

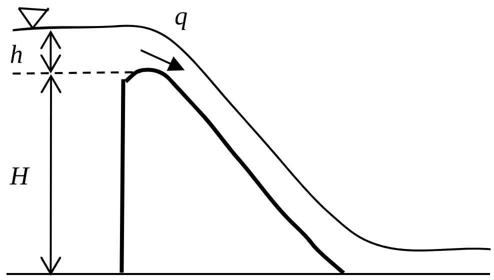
：注意：

電卓のみ持込可である．1 問の解答は問題用紙の裏表を使ってすること．2 枚以上必要な場合は申し出ること．全ての解答用紙に学籍番号と名前を記入すること．

$\boxed{1}$ ダムの余水吐の設計を確認するための模型実験を行う検討をしている．

a)関係する物理量が，単位幅越流量 q，越流水深 h，堤高 H および重力加速度 g であるとする．このとき，現象の記述に関与する無次元数は，いくつあるか？
また，次元解析を行って，無次元数を求めよ．さらに，q について解いた関係式を記せ．

b)原型のダムにおける単位幅越流量が 120[m²/s]であるとする．前問で求めた無次元数から相似則を考慮して，縮尺 1/60 の模型で実験を行ったとする．模型実験における単位幅流量を求めよ．



【解答例】

(a)支配する物理量が 4 個，基本量が 2 個（長さ，時間）である．

したがって，無次元数は(4－2)個で 2 個である．

2 つの無次元数をπ_1，π_2とする．このとき，例えば

$$\pi_1 = q^{x_1} h^{y_2} g^{z_1} \tag{1}$$

$$\pi_2 = q^{x_2} h^{y_2} H^{z_2} \tag{2}$$

という式がたてられる．式(1)と式(2)からそれぞれ，

$$2x_1 + y_1 + z_1 = 0,\quad -x_1 - 2z_2 = 0 \tag{3}$$

$$2x_2 + y_2 + z_2 = 0,\quad -x_2 = 0 \tag{4}$$

である．ここで，z_1=1，z_2=1 であるとすれば，x_1=− 2，y_1=3，x_2=0，y_2=− 1 が得られる．

従って，無次元数として，

$$\pi_1 = \frac{h^3 g}{q^2},\quad \pi_2 = \frac{h}{H} \tag{5}$$

の 2 個が得られる．qについて解きたいので，無次元なのでπ_1の方を少し書き換えると，（予め，z_1=− 1/2 としてもよかったが）

$$\pi_1' = \frac{q}{\sqrt{h^3 g}} \tag{6}$$

とした上で，関係式を書き表すと，

$$q = \sqrt{g}\, h^{3/2} f\left(\frac{h}{H}\right) \tag{7}$$

となる．

b)問題の条件は，原型を p，模型を m で添字を表記すると，

$$\frac{H_m}{H_p} = \frac{1}{60} \tag{8}$$

ということである．なお，h/Hが関係する無次元量でもあるので，

$$\frac{h_m}{h_p} = \frac{1}{60} \tag{9}$$

でもある．このとき，π_1が模型と原型で等しいことから，

$$q_m = \left(\frac{h_m}{h_p}\right)^{3/2} q_p \tag{10}$$

の関係が得られ，式(8)または(9)と q_p=120[m²/s]の条件から，

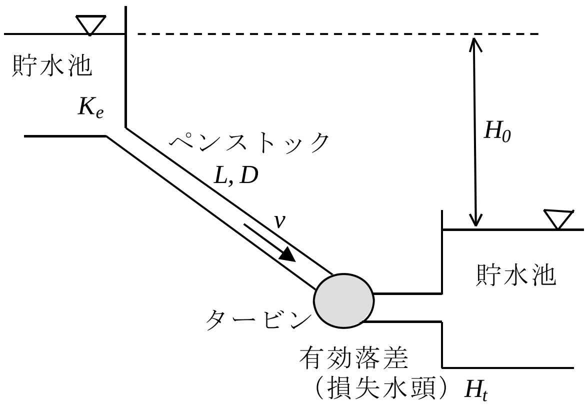
$$q_m = 0.2581\cdots \approx 0.26\ [\mathrm{m^2/s}] \tag{10}$$

が求められる．

平成 20 年度水理 B 及び同演習試験（H20. 7. 23）

番号	名前

2 図のように，全水頭差が H_0 である上下の貯水池間にペンストックを配管して，水力発電を行っている．このとき，以下の問に答えよ．



a)それぞれの貯水池内に検査面を考えて，ベルヌーイ式をたてて，ペンストック内の流速 v を求めよ．ただし，入口損失係数を K_e，ペンストックの摩擦損失係数を f，発電機（タービン）における損失水頭（有効落差）を H_t とし，これら以外の損失は無視できるものとする．また，ペンストックの管径は D，長さは L，重力加速度を g とする．

b)有効落差 H_t とタービンの効率 η を考慮して，タービンの仕事率 P を書き表せ．ただし，水の密度を ρ，重力加速度を g とする．

c)次の条件の場合の発電量を求めよ．H_0=200[m], H_t=100[m], f=0.02, K_e=0.2, D=0.6[m], L=300[m], η=0.8, ρ=1.0×10^3[kg/m^3]，g=9.8[m/s^2]

【解答例】

(a)貯水池内に検査面を取っているので，圧力水頭=0（大気圧）であり，速度水頭は無視できる．従って，

$$H_0 = \left(f\frac{L}{D} + K_e \right)\frac{v^2}{2g} + H_t \tag{1}$$

がベルヌーイ式である．これを v について解けば，

$$v = \sqrt{\frac{2g\left(H_0 - H_t\right)}{f\dfrac{L}{D} + K_e}} \tag{2}$$

が得られる．

(b)タービンの仕事率 P は，流量を Q として，

$$P = \eta\rho g Q H_t \tag{3}$$

で表すことができる．Q は，

$$Q = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 v = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2\sqrt{\frac{2g\left(H_0 - H_t\right)}{f\dfrac{L}{D} + K_e}} \tag{4}$$

であるので，

$$P = \frac{1}{4}\eta\pi\rho g D^2 H_t\sqrt{\frac{2g\left(H_0 - H_t\right)}{f\dfrac{L}{D} + K_e}} \tag{5}$$

と表すことができる．

(c)式(5)に与えられた条件を代入して計算をする．H_0=200[m], H_t=100[m], f=0.02, K_e=0.2, D=0.6[m]，L=300[m], η=0.8, ρ=1.0×10^3[kg/m^3]，g=9.8[m/s^2].

P≒3.1×10^3[kW]　(=3.1×10^6[W])

平成 20 年度水理 B 及び同演習試験（H20. 7. 23）

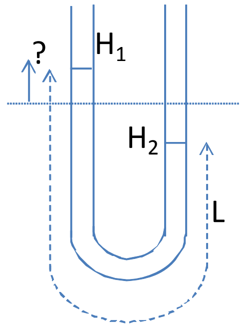
番号	名前

：注意：

電卓のみ持込可である．1 問の解答は問題用紙の裏表を使ってすること．2 枚以上必要な場合は申し出ること．全ての解答用紙に学籍番号と名前を記入すること．

$\boxed{3}$　下の空欄を記号で埋めたのち、下の問いに答えよ．

右のような U 字管振動の周期を求めるには次のように計算する．U 字管振動は時間で水深が変化する非定常のベルヌイ式を使う．一般の非定常のベルヌイ式は，



$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{v^2}{2g}+\frac{P}{\rho g}+z\right)=0$$

と表記できる．水面から水面を考えると右端の 2 項は水面高さ H でまとめることができる．これを距離 L で積分すると，

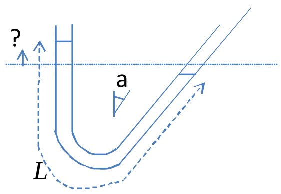
$$\int_0^L \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}ds+\int_0^L\left(\frac{v^2}{2g}+H\right)ds=0 .$$ これは $\frac{L}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+2\varsigma=0$ となる．

ここで $v=\partial\varsigma/\partial t$ なので，$\frac{L}{g}\boxed{\text{a}}+2\varsigma=0$.

この微分方程式の一般解を $\varsigma=\varsigma_{\max}\sin\omega t$ とすると，ω を求めて $\varsigma=\varsigma_{\max}\sin\boxed{\text{b}}$ となる．

(1)下のような変則 U 字管の場合の水位ς を表す式はどのようになるか？

(2)変則 U 字管の周期はいくらになるか？



解答

a: ______________________　b: ______________________

(1)

(2)

解答

a. $\frac{L}{g}\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial t^2}+2\varsigma=0$ b. $\varsigma=\varsigma_{\max}\sin\sqrt{\frac{2g}{L}}t$

(1)

$$\frac{L}{g}\frac{\partial v}{\partial t}+\varsigma+\varsigma\cos\alpha=0$$

$$\frac{L}{g}\frac{\partial^2 \varsigma}{\partial t^2}+(1+\cos\alpha)\varsigma=0$$

$$\varsigma=\varsigma_{\max}\sin\sqrt{\frac{(1+\cos\alpha)g}{L}}t$$

(2)

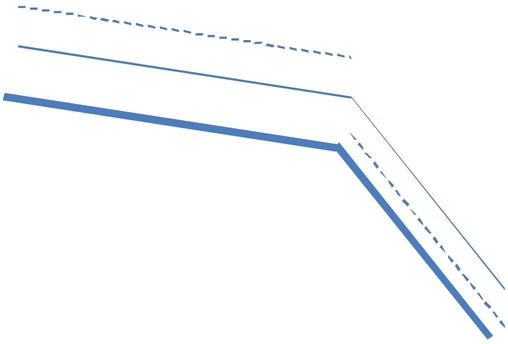
周期$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g(1+\cos\alpha)}}$

平成 20 年度水理学 B 及び同演習試験（H20. 7. 23）

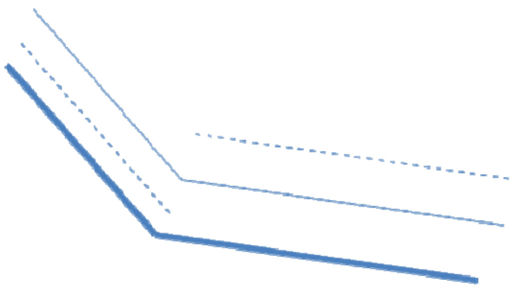
番号	名前

$\boxed{4}$ 以下の斜面の水面形を記述せよ．なお，-----は等流水深， ——— は限界水深である．解答には水面形の分類表記（S1 や M3 等）を示すこと．なお水路両端は無限に続くものとする．

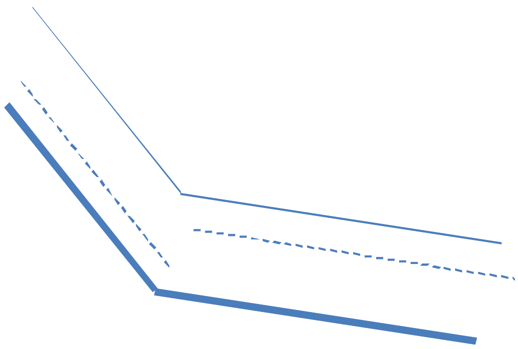
(1)



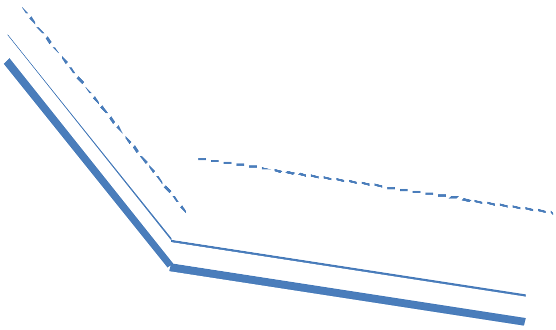
(2)



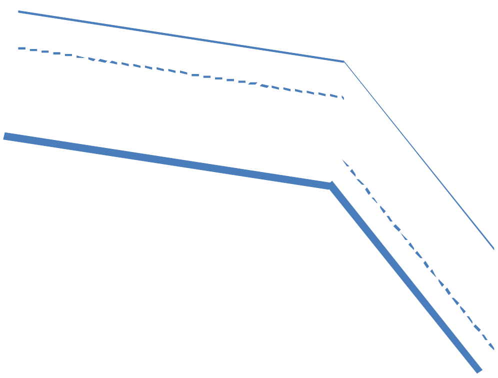
(3)



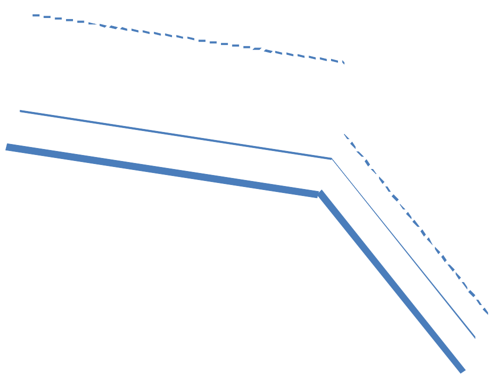
(4)



(5)



(6)



解答