平成 22 年度水理 B 及び同演習試験（H22.8.4）

番号	名前

：注意：

電卓のみ持込可である．1 問の解答は問題用紙の裏表を使ってすること．2 枚以上必要な場合は申し出ること．全ての解答用紙に学籍番号と名前を記入すること．

$\boxed{1}$　趣味で映画の撮影をする人がいるとする．高さ 50m のビル屋上から物体が落ちるシーンを撮影することになった．しかし，実際のビルから物を落とすのは危ないので，高さ 10cm の小さな模型を使って，撮影しようと考えた．撮影のための条件を，力学的な観点から以下のように検討せよ．ただし重力加速度は 9.8m/s^2 とする．

(1) 初速度がゼロで物体が落下するとして, 高さ 50m からの落下時間 T_0 および高さ 10cm からの落下時間 T_1 を求めよ．

(2) 模型で落下する様子が，実物で落下する現象のように見えるためには，相似則を考慮する必要がある．どのような無次元数を考えれば良いか．理由と合わせて述べよ．

(3) 相似則を考慮した場合の模型における落下時間 T_M を求めよ．

(4) 模型における物体の落下が，実物における現象のように見えるようにするためには，どのような工夫をしたらよいか述べよ．

【解答例】

(1) 初速度がゼロなので，T_0=3.194…，T_1=0.1428…と求まる．

答：T_0=3.2 秒，T_1=0.14 秒.

（両方合っていて 5 点）

(2) 重力にしたがって落下する現象であるので，重力と速度（慣性項）の比を示すフルード数を用いた相似則を考慮すればよいと考えられる。

（フルード数＝5 点，理由＝5 点）

(3) 実物(p)と模型(m)とでフルード数が等しいと置けば，

$$\frac{u_p}{\sqrt{gH_p}} = \frac{u_m}{\sqrt{gH_m}}$$

である．これに高さ H について，それぞれ値を代入して，落下速度 u の関係式に直すと，

$$u_m = \frac{u_p}{10\sqrt{5}}$$

である．この関係を使って，落下時間を求める。この場合，落下速度が

$u = \dfrac{g}{10\sqrt{5}}t$ と書かれることに対応する．

これを積分した式から $0.1 = \dfrac{1}{2}\text{エ}\dfrac{g}{10\sqrt{5}}t^2$ と求めることができ，T_M=0.6755…が得られる．

答：T_M=0.68 秒.

（5 点）

(4) 落下時間を遅らせることができればよいと考えられる．

エレベータのような上下に加速する装置を使って，慣性力の効果で見かけの重力を変化させる．浮力の効果で物体に働く見かけの重力を減らす（あるいは落下する際の物体への抵抗を増やす）ために，水中で模型を使う。映画であると割り切って，見えにくい糸で物体をつるして，落下速度を調節する。など

（5 点）

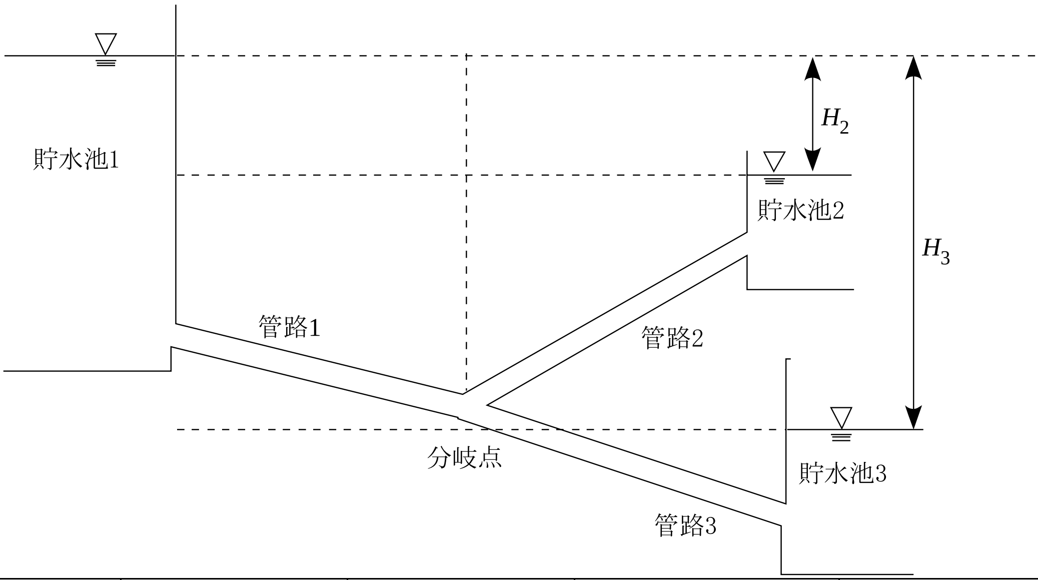
平成22年度水理B及び同演習試験（H22.8.4）

番号	名前

2 図のように3つの貯水池が，分岐した管路で連結している．貯水池2の水位は，貯水池1より H_2=5.0m だけ低下しており，貯水池3の水位は，貯水池1より H_3=7.0m だけ低下しているとする．このとき以下の問に答えよ．

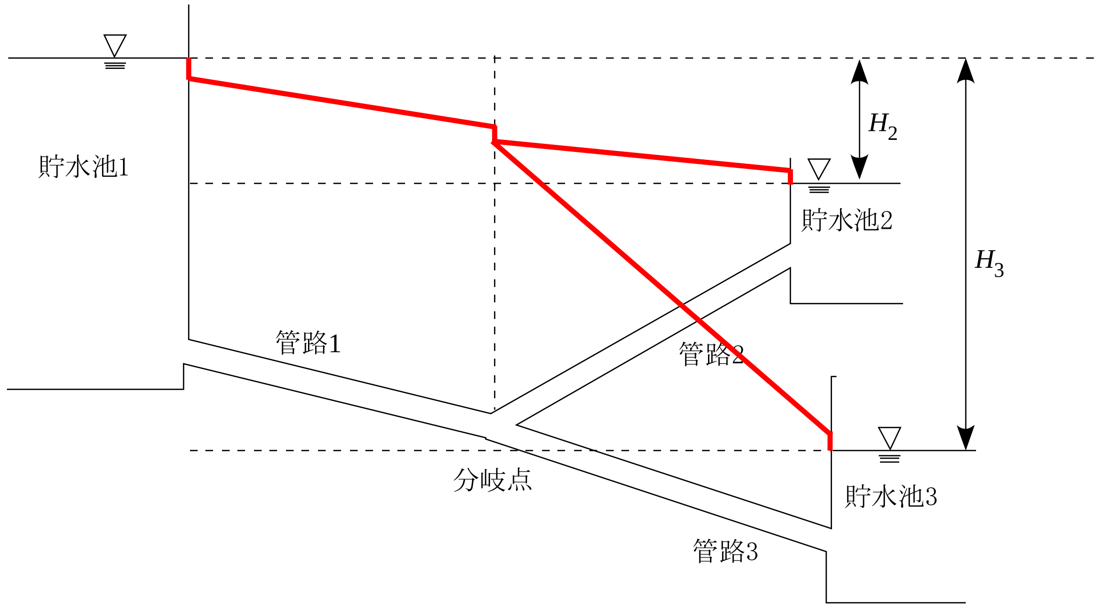
(1) 損失を考慮して，貯水池間の流れについてのエネルギー線を図中に記入せよ．

(2) 各管路の条件が，表のように分かっているとする．また分岐点における全水頭を計測したところ，貯水池1から2.0mの損失が生じていることが分かった．管路1の摩擦損失係数および各管路内の流速を求めよ．ただし，摩擦損失以外の損失は無視できるとし，重力加速度は $9.8\mathrm{m/s^2}$ とする．なお解答は表の対応するマスへ記入せよ．



	管径(m)	管路長(m)	摩擦損失係数	流速(m/s)
管路1	0.40	200		
管路2	0.30	150	0.022	
管路3	0.20	200	0.027	

【回答例】



配点：入口損失：3 点，出口損失（両方正解で）：3 点，分岐の損失：3 点

分岐におけるヘッド：3 点，合計 12 点

(2)　それぞれの管路での損失水頭を h_{Li} と書けば（ここで i=1～3）

h_{L1}=2.0m，h_{L2}=3.0m，h_{L3}=5.0m である。

したがって，ダルシー・ワイスバッハの式より，管路 2 と管路 3 におけるそれぞれの流速

v_2，v_3 が求まり，

v_2≒2.31 m/s，v_3≒1.91 m/s である。

さらに連続式を考慮すると

$$v_1 = \frac{D_2^{\,2} v_2 + D_3^{\,2} v_3}{D_1^{\,2}}$$ より

v_1≒1.77 m/s と求まる。さらに，ダルシー・ワイスバッハの式より

f_1=0.025 と求めることができる。

答：v_1=1.8 m/s，v_2=2.3 m/s，v_3=1.9 m/s，　f_1=0.025

配点：v2 と v3 は各 2 点，v1：5 点，f1：4 点，合計 13 点，有効数字の配慮が無いと減点

平成 22 年度水理 B 及び同演習試験（H22.8.4）

：注意：

電卓のみ持込可である．1 問の解答は問題用紙の裏表を使ってすること．2 枚以上必要な場合は申し出ること．全ての解答用紙に学籍番号と名前を記入すること．

$\boxed{3}$　円形コンクリート下水管において，雨水を流す際の設計勾配を知りたい．以下の問に従って求めよ．

(1)　右図のような円形水路の場合，水深 h はいくらか？

(2)　通水面積 A はいくらか？

(3)　潤辺 S はいくらか？

(4)　径深 R はいくらか？

(5)　直径 1.2m，Manning の粗度係数（n）が 0.016 の下水管によって 1.3m^3/s の雨水を直径の 85%（1.7r）の水深で流す場合，下水管の勾配をいくらにしたらよいか？

【解答例】

(1) $h = r(1-\cos\frac{\theta}{2})$

(2) $A = \frac{1}{2}r^2(\theta - \sin\theta) = \frac{1}{2}r^2\theta - \frac{1}{2}r^2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

(3) $S = r\theta$

(4) $R = \frac{A}{S} = r\frac{\theta - \sin\theta}{2\theta}$

(5) (1)の答えより $1.2\times 0.85 = 0.6(1-\cos\frac{\theta}{2})$， $\cos\frac{\theta}{2} = -0.7$， $\theta = 269.8°$

→ $\theta = 4.70$ radian， $\sin\theta = -1.0$

$A = \frac{1}{2}r^2(\theta - \sin\theta) = \frac{1}{2}0.6^2(4.70+1.0) = 1.026$ m^2

$R = \frac{A}{S} = r\frac{\theta - \sin\theta}{2\theta} = 0.6\frac{4.70+1.0}{2\times 4.70} = 0.3638$ m

マニングの式より， $Q = Av = A\times\frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2} = 1.026\frac{1}{0.016}(0.3638)^{2/3}I^{1/2}$

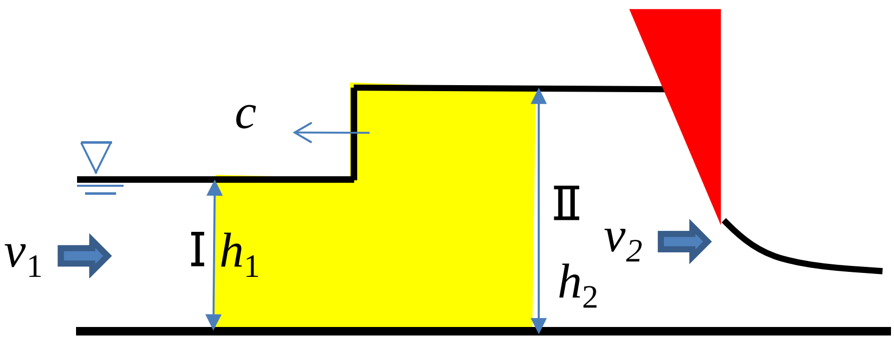
$I = \frac{n^2Q^2}{A^2R^{4/3}} = \frac{0.016^2\times 1.3^2}{1.026^2\times 0.3638^{4/3}} = 1.58\times 10^{-3}$

配点：各 5 点

平成22年度水理学B及び同演習試験（H22.8.4）

番号	名前

4　下の図のように単位幅水路にゲートを途中まで閉めた．このときに生じる段波の波速を，文の空欄を埋めながら求めよ．なお，重力加速度は g，水の密度は ρ として，必要なら用いよ．



簡単のため一様幅広長方形断面を考えると，I と II で囲まれた部分の連続の式は，I 断面から入る量 v_1h_1，II 断面から出る量 $\boxed{(1)}$，段波によって増える部分すなわち h_2-h_1 の部分に増える量 $\boxed{(2)}$ の収支で求めることができる．すなわち，

$$v_1h_1-\boxed{(1)}=\boxed{(2)}$$

運動方程式も同様に，I と II で囲まれた部分を見れば，I と II 両側の静水圧のつり合いが，

$\dfrac{\rho g h_1^2}{2}-\boxed{(3)}$ と表現され，運動量のつり合いは，いま c で移動している座標系で眺めれば，$\rho h_2(v_2+c)^2-\boxed{(4)}$ となる．この式に h_2 を消去するように連続式を代入すると，$\rho h_2(v_2+c)^2-\boxed{(4)}=\rho h_1(v_1+c)(v_2-v_1)$ となる．静水圧の差を加えて，さらに連続式を用いて v_2 を消去すると，最終的に

$c=\boxed{(5)}-v_1$

を得ることができる．

ここで c=0，つまり段波が水路で移動しなくなった場合，単位幅流量 q を用いると，

$\dfrac{q^2}{h_1h_2}=\boxed{(6)}$ となり，跳水の共役水深を求めた式と同じになる．つまり，共役水深になった場合，段波は静止し跳水となり，それ以外では跳水は移動しながら生じることがわかる．

【解答例】

$v_1 h_1 - v_2 h_2 = c(h_2 - h_1)$ が連続式．　(1)(2)

$\dfrac{\rho g h_1^2}{2} - \dfrac{\rho g h_2^2}{2} = \rho h_2 (v_2 + c)^2 - \rho h_1 (v_1 + c)^2$ が運動式　(3)(4)

連続式を変形すると

$h_2 = \dfrac{c + v_1}{c + v_2} h_1$　これを運動式の右辺に代入すると

$$\frac{\rho g}{2}(h_1^2 - h_2^2) = \rho h_1 \frac{c + v_1}{c + v_2}(v_2 + c)^2 - \rho h_1 (v_1 + c)^2$$

$$\frac{\rho g}{2}(h_1^2 - h_2^2) = \rho h_1 (c + v_1)(v_2 - v_1)$$

別に連続式を変形した　$v_2 = \dfrac{h_1}{h_2} v_1 - \dfrac{h_2 - h_1}{h_2} c$　を上の式に代入すると，

$$\frac{\rho g}{2}(h_1^2 - h_2^2) = \rho h_1 (c + v_1) \cdot \left(\frac{h_1}{h_2} v_2 - \frac{h_2 - h_1}{h_2} c - v_1\right)$$

$$\frac{\rho g}{2}(h_1^2 - h_2^2) = \rho h_1 (c + v_1) \cdot (h_1 - h_2)(v_1 + c)$$

$$\frac{\rho g}{2}(h_1 + h_2) = \rho h_1 (c + v_1)^2$$

$$c = \sqrt{\frac{g h_2}{2 h_1}(h_1 + h_2)} - v_1$$　(5)

ここで c=0 だと

$$\frac{q^2}{h_1 h_2} = \frac{g}{2}(h_1 + h_2)$$　(6)

配点：(1)(2)(3)(4)　各 5 点　(5)3 点，(6)2 点